

黑洞吸积流的对流和演化

李双良

指导教师

卢炬甫教授

厦门大学

学校编码: 10384
学号: B200324002

分类号_____密级_____
UDC_____

厦 门 大 学

博 士 学 位 论 文

黑洞吸积流的对流和演化

Convection and Evolution of Black Hole Accretion Flows

李双良

指导教师姓名: 卢炬甫教授

专 业 名 称: 理 论 物 理

论文提交日期: 2007 年 4 月

论文答辩时间: 2007 年 月

学位授予日期: 2007 年 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2007 年 4 月

厦门大学学位论文原创性声明

兹呈交的学位论文，是本人在导师指导下独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考的其他个人或集体的研究成果，均在文中以明确方式标明。本人依法享有和承担由此论文产生的权利和责任。

声明人（签名）：

年 月 日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人完全了解厦门大学有关保留、使用学位论文的规定。厦门大学有权保留并向国家主管部门或其指定机构送交论文的纸质版和电子版,有权将学位论文用于非赢利目的的少量复制并允许论文进入学校图书馆被查阅,有权将学位论文的内容编入有关数据库进行检索,有权将学位论文的标题和摘要汇编出版。保密的学位论文在解密后适用本规定。

本学位论文属于

1. 保密 (), 在 年解密后适用本授权书。
2. 不保密 ()

(请在以上相应括号内打“√”)

作者签名: 日期: 年 月 日

导师签名: 日期: 年 月 日

摘 要

类星体和 X 射线双星等很多宇宙中的天体系统的能量都来源于引力能，而吸积正是释放引力能的一种有效机制。通过对吸积盘的研究，人们可以用来解释很多观测到的诸如光度、辐射谱等现象。吸积已经成为人们理解宇宙中各种高能现象的一种有效工具。

本文第一章介绍了黑洞的分类与形成机制；对黑洞吸积理论的发展与现状做了综合的评述。介绍了吸积发展过程中出现的四种重要吸积模型：即标准薄盘（SSD）、SLE 盘、Slim 盘和径移主导吸积流（ADAF）。然后着重介绍了近年来吸积领域的研究热点，即 ADAF 模型，给出了 ADAF 的自相似解、整体解和应用。SSD+ADAF 双模式吸积盘被广泛地用来解释黑洞 X 射线双星以及星系核的辐射谱，我们从热平衡分析的角度介绍了 SSD—ADAF 的转变机制，介绍了吸积盘的含时演化以试图对 SSD—ADAF 的自然转变给出一些启示。最后介绍了对流主导吸积流的研究现状与不足之处。

对流、辐射和热传导是自然界中转移能量的三种基本方式。由于天体物理系统中物质的密度一般都很低，热传导基本上是可以忽略的，目前对辐射已经做了大量的研究，但对流方面的工作则不多。第二章中我们系统地研究了对流主导吸积流（CDAF），给出了 CDAF 的整体解。本章分两个部分：第一部分研究了不含辐射 CDAF 的整体解，发现根据粘滞强度不同整体解可以分为三个类型：当粘滞很强时（大 $\alpha \sim 0.1$ ），对流不存在，整个流体都是径移主导的；当粘滞强度中等时（中等 $\alpha \sim 0.01$ ），流体存在三个区，内区是 ADAF，中区是 CDAF，外区则一直接到开普勒盘。对流主导的中区只存在于从几十个 R_g 延伸到几千个 R_g 的范围；当粘滞强度很小时（小 $\alpha \sim 0.001$ ），流体存在二区结构，内区是 ADAF，外区是 CDAF，转变半径在几十个 R_g 处。作为对不含辐射 CDAF 的一个验证，在第二部分中我们给出了包含简单韧致辐射的 CDAF 的整体解，发现含辐射的整体动力学解与不含辐射的整体动力学解在定性上是一致的，但在对流主导区辐射冷却起着重要的作用。

在第三章中我们介绍了一种把标准的拟谱方法和自适应区域分解法结合起来的数值算法，用这种算法研究了吸积盘热不稳定内区的含时演化。我们对数值

方法做了一些改进：提出了一种新的简洁有效的连接方法来处理相邻子区域连接点处物理量的导数以确保数值上的稳定连续，并构建出一种全新的映射函数来处理 CGL 排布点与物理排布点之间的映射，这种新的映射函数具有的自适应调节功能使得我们可以方便的处理随着时间演化而在空间上不断移动的包含僵硬问题的区域。此外，我们在动量方程中加入了之前忽略的两个粘滞应力张量 F_{rr} 和 $F_{\phi\phi}$ ，并在能量方程中做出相应的修改，使方程更合乎物理规律。然后在中等粘滞 ($\alpha \sim 0.1$) 下重复出了吸积盘的有限循环行为，并计算了伯努利函数。发现在中等粘滞的情况下伯努利函数处处都是负的，因此不会发生外流。

第四章是一些总结和展望。

关键词： 黑洞吸积； 对流； 含时演化。

Abstract

Gravitational energy is the energy source of many astrophysical systems in the universe, such as quasar and X-ray binaries, etc, and accretion is an effective mechanism of releasing gravitational energy. By the study of accretion disks, people can explain many phenomena on observation, such as luminosity and radiation spectrum, etc. Accretion has become an effective tool for people to understand a variety of high energy phenomena in the universe.

The first chapter of this thesis introduces the sorts and formation of black holes; briefly reviews the current situation and progress of the theory of black hole accretion disks. Four known accretion models, namely the Shakura-Sunyaev disk (SSD), the SLE (Shapiro, Lightman & Eardly) disk, the Slim disk and the ADAF, are briefly introduced. We concentrate our attention on the ADAF model, which has become hot in the domain of accretion in recent years, and give the self-similar solutions, global solutions and application of ADAF model. Bimodal black hole accretion disk—SSD+ADAF has been widely used to explain the radiation spectrum of black hole X-ray binaries and galactic nuclei, we describe the transition mechanism of SSD—ADAF from the view of balance analysis for energy, and introduce the time-dependent evolution of accretion disk and try to give some apocalypse for the natural transition of SSD—ADAF. At last, we introduce the current situation and the deficiency of CDAF model.

Convection, radiation and conduction are the three ways in transferring energy. Because of the low density of matter in the universe, conduction can be essentially ignored. Nowadays, people have done a lot of works about radiation but only few works for convection. In the second chapter we systematically investigate the CDAF model and give the global solutions of CDAF. This chapter contain two parts: The first part studies the global solutions of CDAF which does not contain radiation, we get three types of global solutions depending on the value of the viscosity parameter α : for large α ($\alpha \geq 0.1$), there is no convection at all and the whole flow is ADAF; we get

three zone solution for moderate α ($\alpha \sim 0.01$), the inner zone is ADAF, the middle zone is CDAF and the outer zone extends outward to match a Keplerian disk, the middle zone of convection-dominated spreads from several tens of gravitational radius (R_g) to several thousands of gravitational radius; When the viscosity parameter α is small ($\alpha \sim 0.001$), the flow has a two zone structure, the inner zone is ADAF and the outer zone is CDAF, the transition radius is about several tens of gravitational radius. As a validation to the CDAF model of non-radiation, we calculate the global solutions of CDAF including radiation, we find the global dynamical solutions are consistent with the first part, but radiative cooling plays an important role in the convection-dominated zone.

In the third chapter we introduce a new numerical code which combines the standard pseudo-spectral method and adaptive domain decomposition together, with this code, we can study the time-dependent evolution of the inner region of accretion disk which is thermally unstable. We made some improvements in the numerical methods: we advance a simple and useful connection technique to ensure a numerically stable continuity for the derivative of a physical quantity across the interface of two conjoint subdomains, and construct a new mapping function to map the CGL collocation points and physical collocation points, the adjustable mapping function enables us to follow adaptively the region that is with the stiff problem and is shifting in space during the time-evolution. We improve the basic equations by including two viscous force terms F_{rr} and $F_{\phi\phi}$ in the radial momentum equation and a corresponding viscous heat term in the energy equation, and we think this is more natural in physics. Then we get limit cycle behavior of accretion disk in the case of moderate viscosity ($\alpha \sim 0.1$) and give the Bernoulli function. We find the Bernoulli function is negative everywhere in the case of moderate viscosity, so the accretion disk hasn't outflow.

The fourth chapter gives summing-up and next work plan for the future.

Key Words: Black Hole Accretion; Convection; Time-evolution.

目 录

第一章 引言	1
一、黑洞的形成与分类	1
二、吸积——高效的释能机制	3
三、吸积理论发展的历史和现状	4
1、吸积的概念	4
2、无粘滞球吸积	5
3、四种重要的吸积盘模型	7
4、四种吸积盘模型的统一描述	11
四、ADAF 的动力学研究进展	13
1、ADAF 的基本方程	13
2、自相似解	15
3、整体解	16
4、ADAF 的应用	19
五、SSD+ADAF 模型	24
1、SSD、ADAF 和 Slim 盘之间的演变	24
2、局部热平衡分析	25
3、吸积盘的演化	29
六、对流主导吸积流	32
七、总结和讨论	34
第二章 对流主导吸积流	36
I：不含辐射的对流主导吸积流	36
一、概述	36
二、基本理论	36
1、基本方程组	36
2、内边界条件和声速点条件	39
三、数值方法	40

四、数值结果·····	41
五、总结与讨论·····	45
II：含辐射的对流主导吸积流·····	47
一、概述·····	47
二、基本方程组·····	47
三、数值方法·····	49
四、数值结果·····	49
五、总结与讨论·····	52
第三章 吸积盘的含时演化·····	54
一、概述·····	54
二、数值算法·····	56
1、空间离散格式·····	56
2、时间离散格式·····	57
3、谱滤波和边界条件·····	58
4、区域分解·····	59
三、有限循环解·····	62
1、基本方程·····	62
2、特殊技巧·····	63
3、数值结果·····	65
四、总结和讨论·····	71
第四章 总结与展望·····	74
一、对流主导吸积流·····	74
二、吸积盘的含时演化·····	74
参考文献·····	77

Contents

Chapter One	Introduction	1
Section One	The formation and Sorts of Black Holes	1
Section Two	Accretion—Effective Mechanism of Releasing Energy	3
Section Three	The Current Situation and History of Accretion Theory	4
Item One	The Concept of Accretion	4
Item Two	The Spherical Accretion Without Viscosity	5
Item Three	Four Important Accretion Disk Models	7
Item Four	The United Description of Four Accretion Disk Models	11
Section Four	The Dynamics of ADAFs	13
Item One	The Basic Equations of ADAFs	13
Item Two	The Self-similar Solutions	15
Item Three	The Global Solutions	16
Item Four	The Application of the ADAF Model	19
Section Five	The SSD+ADAF Model	24
Item One	The Transition Among the SSD, ADAF and Slim Disk	24
Item Two	Analysis of Local Energy Balance	25
Item Three	The Evolution of Accretion Disk	29
Section Six	Convection-Dominated Accretion Flows	32
Section Seven	Summing-up and Discussion	34
Chapter Two	Convection-Dominated Accretion Flows	36
I :	CDAF With no Radiation	36
Section One	Introduction	36
Section Two	Basic Theory	36
Item One	Basic Equations	36
Item Two	The Conditions at the Inner Boundary and the Sonic	

Point	39
Section Three Numerical Methods	40
Section Four Numerical Results	41
Section Five Summing-up and Discussion	45
II : CDAF With Radiative Cooling	47
Section One Introduction	47
Section Two Basic Equations	47
Section Three Numerical Methods	49
Section Four Numerical Results	49
Section Five Summing-up and Discussion	52
Chapter Three Time-dependent Evolution of Accretion Disks	54
Section One Introduction	54
Section Two Numerical Methods	56
Item One Scheme of Spacial Discretization.....	56
Item Two Scheme of Time Discretization.....	57
Item Three Spectral Filtering and Boundary Conditions.....	58
Item Four Domain Decomposition.....	59
Section Three Limit Cycle Solutions	62
Item One Basic Equations.....	62
Item Two Special Techniques.....	63
Item Three Numerical Results.....	65
Section Four Summing-up and Discussion	71
Chapter Four Summing-up and Prospect	74
Section One CDAF	74
Section Two Time-dependent Evolution of Accretion Disks ...	74
Bibliography	77

第一章 引言

一、黑洞的形成与分类

黑洞是宇宙中一类具有强大引力的天体。早在 1796 年，拉普拉斯在牛顿力学的基础上就提出，如果天体的半径 R 小于 $2GM/c^2$ （其中 G 是引力常数， M 是中心天体的质量， c 是光速），那么天体发出的光就不能传播出来，远处的观测者也就看不到这个天体。这是黑洞概念的起源，不过很快就淹没在历史的长河里了。

1915 年，爱因斯坦提出了广义相对论。同年 12 月，德国学者 Schwarzschild 在战场上得出了爱因斯坦引力场方程的一个精确解。Schwarzschild 解所描述的黑洞是指这样一个特殊时空，其中的引力场是如此之强，以至于任何物质或辐射都不能从中逃逸出来，这个区域的边界称为视界。视界半径（又称引力半径、史瓦西半径） R_g 与其所包围的质量 M 之间的关系是： $R_g = 2GM/c^2$ 。从表面上看，由广义相对论和由牛顿力学得出的黑洞半径完全一致，然而二者之间有着本质的区别。牛顿黑洞是一个球状物体，虽然任何物质和辐射都不能脱离其引力束缚，但是可以离开其表面到一定高度，然后重新落下。但这种理解是不正确的，黑洞视界不是一个物质的表面，而是一个时空边界，任何到达黑洞视界的物质都不能在那里停留或向外运动，而是不可遏制的向中心坠落。有许多理论上和观测上的证据表明黑洞在宇宙中确实是存在的。

现实宇宙中的黑洞主要可以分为四类：恒星级黑洞、星系核中的巨型黑洞、中等质量黑洞和原初(微型)黑洞。

恒星级黑洞是正常恒星演化至晚期的一种可能的产物，这种黑洞的质量大概是几个至几十个 M_\odot （ M_\odot 是太阳质量）；巨型黑洞是超重星、星团或星系核塌缩所形成的巨型黑洞，质量大概是 $10^6 - 10^{10} M_\odot$ ；中等质量黑洞的形成机制还不是很确定，质量大概是 $10^3 M_\odot$ ；最后一种原初(微型)黑洞是早期宇宙中的高密度介质由于密度涨落而造成的，质量大约有 $10^{-17} M_\odot$ 。我们这里仅讨论恒星级黑洞的形成问题。

恒星根据质量不同，有不同的内部结构性质和演化过程。按照质量大小，恒星可分为三类：小质量星（ $M < 2.3M_{\odot}$ ），中等质量星（ $2.3M_{\odot} < M < 9M_{\odot}$ ）和大质量星（ $M > 9M_{\odot}$ ）。普通恒星用内部稳定的核反应所产生的压力来抵挡恒星的自引力，从而实现力学平衡。但是核反应的时间终归是有限的，核反应停止后，恒星的命运是什么呢？按照恒星演化理论，中小质量恒星并不能充分燃烧它中心部分的核燃料，最后由于温度不够，核反应自然中止。小质量星的终局是一颗电子简并的氦核白矮星，而中等质量星的终局则是一颗电子简并的碳—氧核白矮星。白矮星是由高密等离子体构成的（密度约为 $10^9 \sim 10^{12} \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ），以简并电子气体所形成的费米压力来平衡自身的引力。电子简并压力所能承受的最大质量叫钱德拉锡卡（Chandrasekhar）极限，约为 $1.4M_{\odot}$ 。中小质量星在演化晚期会丢失自己的部分或大部分质量，从而最终形成一颗质量小于钱德拉锡卡极限的白矮星。

大质量星演化到后期时，强大的星风损失、对流以及金属丰度等都对大质量星的最终演化有重要的影响。大质量星的结局如何，迄今为止尚不能完全确定。一般认为，演化到后期时，核心部分的核燃料将完全耗尽，形成一个不能进行放能反应的铁、钴和镍等原子所组成的星核，靠电子简并压力维持与引力的平衡。当恒星核心区的质量超过 $1.4M_{\odot}$ 时，星核的自引力将超过电子简并压力，导致恒星向中心猛烈收缩。收缩时密度的急剧增大将引起物态的变化，当密度变大到 $\rho = 4 \times 10^{17} \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 时，介质中的原子核将全部瓦解，形成简并中子气，简并中子气能承受大约 $2 \sim 3M_{\odot}$ 的自引力（这质量就是奥本海默极限）。此时星核的质量仅略大于 $1.4M_{\odot}$ ，因此引力塌缩将被中子气的简并压力所阻挡，从而形成稳定的星体，星体外部带有质量很大的星壳，内部就是中子星。当星体的质量进一步增大，星核塌缩至超过中子星密度后将发生反弹，反弹引起的冲击波传到外壳，将加热外壳使其核燃料全部点火，发生爆炸，这就是超新星爆发。星壳物质在爆炸时将被冲散，最后留下一个小小的中子星残骸。但这种看法还远远不是一个肯定的结论。理论上，有的模型计算所得的结果与上述看法相符，有的模型则表明冲击波不足以引起外壳的爆炸。这时候，只要有小部分的物质继续落到星核上，那么星核的质量将超过奥本海默极限，从而没有任何力量可以阻止星体的进一步塌缩，物质不可避免的向着中心点掉落，当星体半径收缩到史瓦西半径时，巨大的引力使得光也无法逃逸，从而隔绝恒星与外界的一切联系——“黑洞”诞生了。

孤立黑洞的形成或存在都是难以被观测的，寻找黑洞的可行途径之一是利用密近双星。最著名的黑洞候选者就是 CygX-1，CygX-1 不断地向外发出 X 射线，与主星 HDE226868 构成密近双星，双星的周期是 5.6 天，表明了它们的密近性。CygX-1 的质量为 $5.5M_{\odot}$ ，明显的超过奥本海默极限，构成了它被证认为黑洞的重要因素。另外，对 CygX-1 的总光度和光变时间的测量也支持这种认证，所以天体物理学家都相信它应该就是一个黑洞。迄今认证的恒星级黑洞已有十几个。

二、吸积——高效的释能机制

19 世纪的天体物理学家认为引力能是天体能量的唯一来源，但是却不能解释太阳的能量从何而来这样一个基本问题。德国学者 Helmholtz 于 1854 年提出了第一个科学意义明确的恒星能源模型，指出恒星的能量来自它们在收缩过程中所释放出来的引力势能。对于太阳，这个时间尺度约为 3×10^7 年，不仅远短于太阳的年龄，甚至短于地球生命的进化史。问题直到 20 世纪 30 年代末才得以解决，人们发现恒星的能量来自氢的热核聚变反应。这种反应的效率（即静止质量中转化为能量的部分） η 是 0.007。于是恒星的辐射光度可以写成 $L = \eta \dot{M} c^2$ ，其中 \dot{M} 是恒星质量的损耗率。氢的热核聚变反应大概可以维持太阳持续燃烧 10^{10} 年。

历史的车轮很快转到了 20 世纪 60 年代，随着类星体和 X 射线双星等高能天体的发现，能源问题又一次摆在天体物理学家面前。明亮类星体的典型光度大概是 10^{47}erg/s ，如果还是由热核反应提供所有能量，那么，每年得有将近 $250M_{\odot}$ 的氢被烧掉。一个普通星系的全部质量（ $\sim 10^{11}M_{\odot}$ ）至多可以让类星体持续燃烧 10^9 年，怎能还有氢留存至今以构成恒星呢？另外在 X 射线双星中，对于一个恒星级度的天体，X 射线的光度竟然达到 10^{37}erg/s ，比太阳的总光度还高了 4 个量级，是什么提供了如此高的能源呢？面对新的挑战，天体物理学家们在经过一番困惑之后，重新把目光投向了引力能。现在的问题是必须找到一种新机制，使引力能以更高的效率释放出来，这种新的机制就是吸积。

下面做一个简单的数量级估算来说明为什么吸积可以解决能源的问题。

假设中心天体的质量为 M ，半径为 R_* ，当天体吸积质量为 m 的物质时释放出来的引力势能是： $\Delta E_{\text{acc}} = GMm/R_*$ 。那么吸积的释能效率就是物质从远处落到该天体表面的过程中释放的引力势能与其静止质量能量之比，效率 $\eta = (GM/R_*)/c^2$ 。对于中子星， $M \sim 1M_\odot$ ， $R_* \sim 10^6 \text{cm}$ ，那么 ΔE_{acc} 大约是 10^{20}erg/g ，吸积效率 $\eta \sim 0.15$ 。由广义相对论可知，黑洞的吸积效率在 0.06（不转的史瓦西黑洞）—0.42（转得最快的极端科尔（Kerr）黑洞）之间，一般取 0.1。氢进行核聚变反应的释能效率 $\eta \sim 0.007$ ，两者相差了将近 20 倍。如果类星体和其它活动星系核的能量是来自于黑洞的话，那么它们的吸积率 $\dot{M} \sim 10M_\odot/\text{年}$ 或更低，这是比较合理的。

从 $\eta = (GM/R_*)/c^2$ 可以看出， M/R_* 的值越大，即天体越致密，那么吸积的效率越高。对于白矮星 ($M \sim 1M_\odot$ ， $R_* \sim 10^9 \text{cm}$) 来说，吸积效率只有热核聚变反应效率的几十分之一。而对于一个普通的，不致密的天体（比如说太阳），吸积效率将只有核聚变反应效率的几千分之一。但即使是如此低的效率，吸积对观测也有重要意义，仍被认为可能在共生星和大陵型星（Algols）中起重要作用。

上面的论证是有力的，但又远远不够。吸积理论的任务是要阐明引力能如何转化为辐射？物质具有角动量时又如何能下落？辐射的产生和转移机制是什么？同为吸积过程支配的天体系统为何又表现出观测特征上的复杂差异？

三、吸积理论发展的历史和现状

1、吸积的概念

所谓吸积是指天体由于引力作用而吸引和积聚周围气体、尘埃等物质的过程。吸积的概念可以上溯到 Kant 于 1755 年和 Laplace 于 1796 年各自提出的关于太阳系起源的星云假说。他们认为，原始星云的引力中心吸引周围物质并凝聚成太阳，星云外区的物质在绕中心转动的同时又逐渐形成几个较小的引力中心，最后凝聚成行星。

这两位先驱的思想是超时代的。直到 20 世纪，关于吸积的理论研究才得以继续。概括地说，前半世纪所取得的最有意义的进展，是认识到了粘滞作用的重要性。一个较差转动的气体环或盘，其质量和角动量会由于物质之间的粘滞作

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库